

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

7

Ediția a IX-a

Editura Paralela 45

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional.....	8
Lecția 2. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	12
Lecția 3. Numere iraționale. Mulțimea numerelor reale	15
Lecția 4. Modulul unui număr real.....	18
Lecția 5. Compararea și ordonarea numerelor reale.....	22
Lecția 6. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări.....	26
Teste de evaluare sumativă	30
Fișă pentru portofoliul elevului.....	31
Lecția 7. Adunarea și scăderea numerelor reale.....	33
Lecția 8. Înmulțirea numerelor reale	37
Lecția 9. Puterea cu exponent număr întreg a numerelor reale	42
Lecția 10. Împărțirea numerelor reale	46
Lecția 11. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$; $a, b \in \mathbb{Q}$, $a \neq 0$, $b > 0$	51
Teste de evaluare sumativă	56
Fișă pentru portofoliul elevului.....	58
Lecția 12. Media aritmetică și media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$	60
Lecția 13. Media geometrică a două numere reale pozitive	64
Lecția 14. Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$	67
Teste de evaluare sumativă	70
Fișă pentru portofoliul elevului.....	72
Probleme din realitatea cotidiană.....	74

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PATRULATERUL

Lecția 1. Patrulaterul convex.....	76
Lecția 2. Paralelogramul	80
Lecția 3. Linia mijlocie în triunghi.....	84
Lecția 4. Centrul de greutate al triunghiului.....	88
Teste de evaluare sumativă	92
Fișă pentru portofoliul elevului.....	94
Lecția 5. Dreptunghiul	96
Lecția 6. Rombul	100
Lecția 7. Pătratul	104
Teste de evaluare sumativă	108
Fișă pentru portofoliul elevului.....	109
Lecția 8. Trapezul. Trapezul isoscel.....	111
Lecția 9. Linia mijlocie în trapez.....	115

Lecția 10. Perimetrul și aria triunghiului.....	119
Lecția 11. Perimetrul și aria patrulaterului	123
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	130
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	132
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	134

CAPITOLUL II. CERCUL

Lecția 12. Unghi înscris în cerc.....	137
Lecția 13. Coarde și arce în cerc	143
Lecția 14. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc.....	147
Lecția 15. Poligoane regulate înscrise într-un cerc.....	152
Lecția 16. Lungimea cercului și aria discului.....	156
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	159
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	161
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	162

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR	165
--	-----

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	172
--------------------------------------	-----

Editura Paralela 45

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Forma zecimală a fracției ordinare $\frac{3}{4}$ este:
A. 0,5; B. 0,75; C. 0,65; D. 0,8.
- (0,5p) 2. Cel mai mic număr natural prim de două cifre este:
A. 10; B. 15; C. 11; D. 13.
- (0,5p) 3. Suma numerelor raționale pozitive $1\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{6}$ este egală cu:
A. $\frac{3}{2}$; B. $\frac{2}{3}$; C. $\frac{5}{6}$; D. $\frac{3}{4}$.
- (0,5p) 4. Suplementul unghiului cu măsura de 78° este unghiul cu măsura de:
A. 160° ; B. 12° ; C. 90° ; D. 102° .
- (0,5p) 5. Rezultatul calculului $(-1)^{2017} + (-1)^{2018}$ este egal cu:
A. 2; B. -2; C. -1; D. 0.
- (0,5p) 6. Soluția inecuației $-3x \leq 9$, unde $x \in \mathbb{Z}$, este:
A. $\{3, 4, 5, \dots\}$; B. $\{-3, -2, -1, \dots\}$; C. $\{\dots, -5, -4, -3\}$; D. $\{\dots, 1, 2, 3\}$.
- (0,5p) 7. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este egal cu:
A. 12; B. 24; C. 48; D. 18.
- (0,5p) 8. Dacă ABC este un triunghi dreptunghic în A și $\sphericalangle B = 4\sphericalangle C$, atunci măsura unghiului C este egală cu:
A. 60° ; B. 30° ; C. 18° ; D. 45° .
- (0,5p) 9. Calculând 40% din 35 obținem numărul:
A. 15; B. 40; C. 70; D. 14.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

(0,8p) 1. Se consideră triunghiul isoscel ABC . Dacă $AB = 10$ cm și $AC = 4,5$ cm, aflați BC .

2. Se consideră numărul rațional pozitiv $x = \frac{11}{10} - \left[2\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] : \frac{5}{2}$.

(0,8p) a) Arătați că $x = \frac{4}{15}$.

(0,7p) b) Rotunjiți la a doua zecimală numărul rațional pozitiv x .

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Lecția 1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional



Citesc și rețin

Definiție: Un număr natural a se numește **pătrat perfect** dacă există un număr natural b , astfel încât $a = b^2$.

Exemple: $9 = 3^2$, $25 = 5^2$, $100 = 10^2$.

Observație: Dacă a , $a \neq 0$, este un număr natural pătrat perfect, atunci există două numere întregi b și $-b$ cu proprietatea că $a = b^2 = (-b)^2$.

Exemple: $1 = 1^2 = (-1)^2$, $4 = 2^2 = (-2)^2$, $9 = 3^2 = (-3)^2$.

Definiție: **Rădăcina pătrată** a numărului natural pătrat perfect a ($a = b^2$, $b \in \mathbb{Z}$) este numărul natural $|b|$. Notăm $\sqrt{a} = |b|$.

Exemple: $\sqrt{5^2} = 5$; $\sqrt{19^2} = 19$; $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$.

Observații:

1. Dacă $a = b^2$, $b \in \mathbb{N}$, atunci $\sqrt{a} = b$.

2. Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $b \in \mathbb{N}^*$, atunci $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.



Cum se aplică?

1. Calculați:

a) $\sqrt{25}$;

b) $\sqrt{81}$.

Soluție:

a) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$;

b) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{49}{64}}$;

b) $\sqrt{\frac{48}{75}}$.

Soluție:

a) $\sqrt{\frac{49}{64}} = \sqrt{\frac{7^2}{8^2}} = \frac{7}{8}$;

b) $\sqrt{\frac{48^3}{75}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5}$.

3. Determinați cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} \leq 6\}$.

Soluție:

$5 < \sqrt{n} \leq 6$, deci $25 < n \leq 36$, de unde rezultă $A = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$, prin urmare card $A = 11$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:

- a) $16 = \dots\dots\dots$; b) $36 = \dots\dots\dots$; c) $49 = \dots\dots\dots$; d) $64 = \dots\dots\dots$; e) $81 = \dots\dots\dots$;
f) $100 = \dots\dots\dots$; g) $144 = \dots\dots\dots$; h) $196 = \dots\dots\dots$; i) $324 = \dots\dots\dots$; j) $400 = \dots\dots\dots$.

2. Citiți următoarele propoziții:

- a) $\sqrt{25} = 5$; b) $\sqrt{169} = 13$; c) $\sqrt{361} = 19$; d) $\sqrt{81} = 9$.

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\sqrt{14^2} = 14$; b) $\sqrt{19^2} = 19$; c) $\sqrt{41^2} = 41$;
d) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$; e) $\sqrt{(-13)^2} = -13$; f) $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$.

4. Calculați:

- a) $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{25} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{36} = \dots\dots\dots$; d) $\sqrt{49} = \dots\dots\dots$; e) $\sqrt{64} = \dots\dots\dots$;
f) $\sqrt{100} = \dots\dots\dots$; g) $\sqrt{121} = \dots\dots\dots$; h) $\sqrt{144} = \dots\dots\dots$; i) $\sqrt{225} = \dots\dots\dots$; j) $\sqrt{256} = \dots\dots\dots$.

5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:

- a) $\sqrt{(-11)^2} = \dots\dots\dots$; b) $\sqrt{(-23)^2} = \dots\dots\dots$; c) $\sqrt{(-59)^2} = \dots\dots\dots$; d) $\sqrt{(-77)^2} = \dots\dots\dots$.

6. Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 7\} = \dots\dots\dots$; b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 8\} = \dots\dots\dots$;
c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 29\} = \dots\dots\dots$; d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x^2} = 67\} = \dots\dots\dots$.

7. Calculați:

- a) $\sqrt{16} + \sqrt{25}$; b) $\sqrt{64} - \sqrt{49}$; c) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$; d) $\sqrt{64} + \sqrt{25}$;
e) $\sqrt{81} - \sqrt{36} = \dots\dots\dots$; f) $\sqrt{16} - \sqrt{64} = \dots\dots\dots$.

8. Calculați:

- a) $(\sqrt{225} - \sqrt{36}) \cdot \sqrt{100}$; b) $\sqrt{121} : (\sqrt{25} - \sqrt{256})$; c) $\sqrt{144} : (\sqrt{49} - \sqrt{169})$;
d) $\sqrt{196} : (\sqrt{64} - \sqrt{100}) = \dots\dots\dots$.

9. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$; b) $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$; c) $\sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$; d) $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$.

10. Calculați:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{\frac{36}{25}} = \text{---}; & \text{b) } \sqrt{\frac{16}{49}} = \text{---}; & \text{c) } \sqrt{\frac{64}{81}} = \text{---}; & \text{d) } \sqrt{\frac{25}{49}} = \text{---}; \\ \text{e) } \sqrt{\frac{81}{100}} = \text{---}; & \text{f) } \sqrt{\frac{49}{144}} = \text{---}; & \text{g) } \sqrt{\frac{225}{64}} = \text{---}; & \text{h) } \sqrt{\frac{196}{25}} = \text{---}. \end{array}$$

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Efectuați mai întâi simplificările și apoi calculați:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{27}{12}}; \quad \text{b) } \sqrt{\frac{18}{32}}; \quad \text{c) } \sqrt{\frac{45}{20}}; \quad \text{d) } \sqrt{\frac{75}{108}}; \quad \text{e) } \sqrt{\frac{96}{294}}; \quad \text{f) } \sqrt{\frac{175}{567}}.$$

12. Calculați:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{0,75 \cdot 0,3}; & \text{b) } \sqrt{0,96 \cdot 0,6}; & \text{c) } \sqrt{0,27 \cdot 1,3}; & \text{d) } \sqrt{1,35 \cdot 1,6}; \\ \text{e) } \sqrt{0,3 \cdot 2,1(3)}; & \text{f) } \sqrt{0,6 \cdot 0,2(6)}; & \text{g) } \sqrt{5,5 \cdot 0,6(1)}; & \text{h) } \sqrt{4,5 \cdot 1,3(8)}. \end{array}$$

13. Determinați cel mai mic număr natural nenul n pentru care:

$$\text{a) } \sqrt{45 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{b) } \sqrt{63 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{c) } \sqrt{75 \cdot n} \in \mathbb{N}; \quad \text{d) } \sqrt{80 \cdot n} \in \mathbb{N}.$$

14. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } n = \sqrt{225} + \sqrt{100} - \sqrt{81}; & \text{b) } n = \sqrt{324} + \sqrt{25} + \sqrt{169}; \\ \text{c) } n = 3\sqrt{256} - \sqrt{16} + \sqrt{400}; & \text{d) } n = \sqrt{324} - \sqrt{49} + 5\sqrt{196}. \end{array}$$

15. Calculați rădăcina pătrată a numărului natural n , în următoarele cazuri:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } n = (\sqrt{576} + \sqrt{256}) : \sqrt{100}; & \text{b) } n = \sqrt{324} : (\sqrt{256} - \sqrt{196}); \\ \text{c) } n = (\sqrt{900} + \sqrt{324}) : \sqrt{144}; & \text{d) } n = \sqrt{144} \cdot (\sqrt{289} - \sqrt{196}). \end{array}$$

16. Determinați mulțimile:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < \sqrt{n} < 2\}; & \text{b) } B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \sqrt{n} < 3\}; \\ \text{c) } C = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < \sqrt{n} \leq 4\}; & \text{d) } D = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{n} \leq 5\}. \end{array}$$

17. i) Determinați numerele naturale consecutive m și n pentru care $m < x < n$, în fiecare din cazurile:

$$\text{a) } x = \sqrt{35}; \quad \text{b) } x = \sqrt{51}; \quad \text{c) } x = \sqrt{73}; \quad \text{d) } x = \sqrt{94}.$$

ii) Determinați numerele naturale consecutive p și q pentru care $p < x < q$, în următoarele cazuri:

$$\text{a) } x = \sqrt{27,5}; \quad \text{b) } x = \sqrt{43,2}; \quad \text{c) } x = \sqrt{61,7}; \quad \text{d) } x = \sqrt{79,8}.$$

18. Calculați:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{\frac{1}{49}} + \sqrt{\frac{1}{16}}; & \text{b) } \sqrt{\frac{1}{25}} - \sqrt{\frac{1}{36}}; & \text{c) } \sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{36}}; \\ \text{d) } \sqrt{\frac{49}{64}} - \sqrt{\frac{25}{144}}; & \text{e) } \sqrt{\frac{81}{25}} - \sqrt{\frac{9}{100}}; & \text{f) } \sqrt{\frac{81}{400}} + \sqrt{\frac{16}{25}}. \end{array}$$

19. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{1}{16}} : \left(\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{49}{36}} - \sqrt{\frac{9}{144}} \right);$

b) $\sqrt{\frac{1}{64}} : \left(\sqrt{\frac{100}{9}} - \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{9}{64}} \right);$

c) $\left(\sqrt{\frac{225}{81}} - \sqrt{\frac{121}{36}} - \sqrt{\frac{49}{16}} \right) : \sqrt{\frac{1}{36}};$

d) $\left(\sqrt{\frac{169}{400}} - \sqrt{\frac{81}{100}} + \sqrt{\frac{64}{25}} \right) : \sqrt{\frac{1}{25}}.$

20. Arătați că $x \in \mathbb{Q}$ în următoarele cazuri:

a) $x = \sqrt{1 + \sqrt{\frac{25}{16}}} : \sqrt{\frac{81}{64}};$

b) $x = \sqrt{\frac{25}{64}} : \sqrt{9 - \sqrt{\frac{121}{16}}};$

c) $x = \sqrt{\frac{25}{36}} : \sqrt{2 + \sqrt{\frac{49}{81}}}.$

21. Arătați că $n \in \mathbb{N}$ în următoarele cazuri:

a) $n = \sqrt{1,44} + \sqrt{2,25} + \sqrt{5,29};$

b) $n = \sqrt{2,56} + \sqrt{6,76} + \sqrt{7,84}.$

22. Calculați:

a) $\left[\sqrt{1,3(8) : 0,5} + \sqrt{2\frac{14}{25}} \right] : \sqrt{1,96};$

b) $\left[\sqrt{0,8(3) : 1,2} - \sqrt{1\frac{40}{81}} \right] : \sqrt{0,49}.$

23. Determinați cel mai mic număr natural nenul n , pentru care:

a) $\sqrt{\frac{12 \cdot n}{245}} \in \mathbb{Q};$

b) $\sqrt{\frac{968}{n \cdot 75}} \in \mathbb{Q}.$

c) $\sqrt{\frac{27 \cdot n}{448}} \in \mathbb{Q}.$

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Se consideră produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$. Este posibil ca înlocuind unul dintre factorii produsului p cu o cifră să avem $\sqrt{p} \in \mathbb{N}^*$? Justificați răspunsul.

25. Dacă $\sqrt{73abc} \in \mathbb{N}$, arătați că $\sqrt{\sqrt{abc} - \sqrt{a+b+c} \cdot \sqrt{a \cdot b \cdot c}} \in \mathbb{N}$, unde $0 < a < 9$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați:

a) $(\sqrt{100} + \sqrt{64}) : \sqrt{9};$ b) $\sqrt{49} \cdot (\sqrt{4} - \sqrt{196});$ c) $\sqrt{144} : (\sqrt{1} + \sqrt{121}).$

(3p) 2. Determinați mulțimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 5 < \sqrt{n} < 6\}$ și precizați cardinalul ei.

(3p) 3. Rotunjiți la prima zecimală numărul:

$$a = \left(\sqrt{\frac{9}{64}} + \sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{121}{100}} \right) : \sqrt{1,2 : 0,8(3)}.$$



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Calculați:

a) $\sqrt{16} + \sqrt{9}$;

b) $\sqrt{4} - \sqrt{49}$.

(2p) 2. Scoateți factorii de sub radical:

a) $\sqrt{24}$;

b) $3\sqrt{75}$.

(1p) 3. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

A. $\sqrt{1\frac{3}{4}} \in \mathbb{N}$;

B. $\sqrt{1\frac{3}{4}} \in \mathbb{Z}$;

C. $\sqrt{1\frac{3}{4}} \in \mathbb{Q}$;

D. $\sqrt{1\frac{3}{4}} \in \mathbb{I}$.

(1p) 4. Precizați cel mai mic și cel mai mare dintre următoarele numere reale: $-4\sqrt{3}$, $-5\sqrt{2}$, $-2\sqrt{11}$, $-3\sqrt{5}$.

(1p) 5. Știind că $\sqrt{3} = 1,73\dots$, calculați rădăcina pătrată a numărului $x = |\sqrt{3} - 1,74| + |1,73 - \sqrt{3}|$.

(2p) 6. Se consideră numărul $a = \left(\sqrt{\frac{25}{36}} - \sqrt{\frac{49}{81}} \right) : \frac{1}{\sqrt{64}}$. Rotunjiți la a treia zecimală numărul \sqrt{a} .

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Calculați:

a) $\sqrt{36} + \sqrt{25}$;

b) $\sqrt{16} - \sqrt{81}$.

(2p) 2. Introduceți factorii sub radical:

a) $7\sqrt{2}$;

b) $-2\sqrt{5}$.

(1p) 3. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

A. $\sqrt{\frac{75}{12}} \in \mathbb{N}$;

B. $\sqrt{\frac{75}{12}} \in \mathbb{Z}$;

C. $\sqrt{\frac{75}{12}} \in \mathbb{Q}$;

D. $\sqrt{\frac{75}{12}} \in \mathbb{I}$.

(1p) 4. Reprezentați pe axa numerelor aproximările cu o unitate prin lipsă, respectiv prin adaos, ale numerelor reale $\sqrt{10}$ și $-\sqrt{23}$.

(1p) 5. Determinați valoarea absolută a numărului real $x = |5 - 3\sqrt{3}| - |3\sqrt{3} - 4|$.

(2p) 6. Rotunjiți la prima zecimală numărul real $x = \sqrt{100} \cdot \left(\sqrt{\frac{16}{25}} + \sqrt{0,01} - \sqrt{\frac{49}{64}} \right)$.

Lecția 14. Ecuația de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$



Citesc și rețin

Definiție: Un număr $u \in \mathbb{R}$ se numește **soluție a ecuației**

$$x^2 = a, a \in \mathbb{R} \quad (1)$$

dacă $u^2 = a$ (u verifică ecuația).

A rezolva ecuația (1) înseamnă a determina **mulțimea de soluții**

$$S = \{u \in \mathbb{R} \mid u^2 = a\}.$$

- Dacă $a < 0$, atunci $S = \emptyset$.
- Dacă $a = 0$, atunci $S = \{0\}$.
- Dacă $a > 0$, atunci ecuația (1) are două soluții, $x = \sqrt{a}$ și $x = -\sqrt{a}$, prin urmare $S = \{-\sqrt{a}, \sqrt{a}\}$.



Cum se aplică?

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $x^2 = 64$; b) $6x^2 = \frac{75}{2}$; c) $x^2 = 1, (7)$.

Soluție:

a) $x^2 = 64$, deci $x = \sqrt{64}$ sau $x = -\sqrt{64}$, de unde rezultă că $x = 8$ sau $x = -8$, prin urmare $x \in \{-8, 8\}$;

b) $6x^2 = \frac{75}{2}$, de unde rezultă că $x^2 = \frac{75}{2} : 6$, deci $x^2 = \frac{75}{12}$, prin urmare $x^2 = \frac{25}{4}$,

de unde rezultă că $x = \sqrt{\frac{25}{4}}$ sau $x = -\sqrt{\frac{25}{4}}$, deci $x = \frac{5}{2}$ sau $x = -\frac{5}{2}$, prin urmare

$$x \in \left\{ -\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right\};$$

c) $x^2 = 1, (7)$, deci $x^2 = \frac{16}{9}$, de unde rezultă că $x = \sqrt{\frac{16}{9}}$ sau $x = -\sqrt{\frac{16}{9}}$, deci $x = \frac{4}{3}$

sau $x = -\frac{4}{3}$, prin urmare $x \in \left\{ -\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right\}$.

2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x^2 = 54$.

Soluție:

$x^2 = 54$, deci $x = \sqrt{54}$ sau $x = -\sqrt{54}$, de unde rezultă că $x = 3\sqrt{6}$ sau $x = -3\sqrt{6}$, prin urmare $x \in \{-3\sqrt{6}, 3\sqrt{6}\}$.

14. Rezolvați în \mathbb{R} următoarele ecuații:

a) $(x - \sqrt{2})^2 = 18$; b) $(x + \sqrt{3})^2 = 12$; c) $(\sqrt{5} - x)^2 = 45$.

15. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $2(x + 15)^2 = 32$; b) $3(x - 12)^2 = 75$; c) $4(4x + 1)^2 = 36$; d) $7(3 - 5x)^2 = 28$.

16. Rezolvați următoarele ecuații, unde $x \in \mathbb{R}$:

a) $(4x - 5\sqrt{5})^2 = 45$; b) $(2\sqrt{6} + 3x)^2 = 96$; c) $(3\sqrt{2} - 2x)^2 = 50$.

17. Determinați numărul întreg x care verifică egalitatea:

a) $x^2 = 2^{50} + 2^{53}$; b) $x^2 = 3^{24} + 3^{25}$; c) $x^2 = 5^{33} - 5^{32}$;
d) $x^2 = 2^{24} - 2^{23} + 2^{20}$; e) $x^2 = 3^{23} - 3^{20} - 3^{20}$; f) $x^2 = 2^{32} + 2^{31} + 2^{28}$.

18. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $x^2 = 3^{18} + 3^{21}$; b) $x^2 = 2^{26} - 2^{20}$; c) $x^2 = 3^{20} - 3^{16}$; d) $x^2 = 5^{28} - 5^{26}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $x^2 = 1 + 2 + 3 + \dots + \overline{ab}$, $a \neq 0$.

20. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $x^2 = \overline{ababcd}$, unde $\overline{ab} = 4\overline{cd}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

a) $x^2 = 81$; b) $x^2 = 24$; c) $x^2 = 1,3(8)$.

(3p) 2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația: $(x - 5)^2 = 64$.

(3p) 3. Determinați numărul întreg x care verifică egalitatea: $x^2 = 2^{26} + 2^{29} + 2^{30}$.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

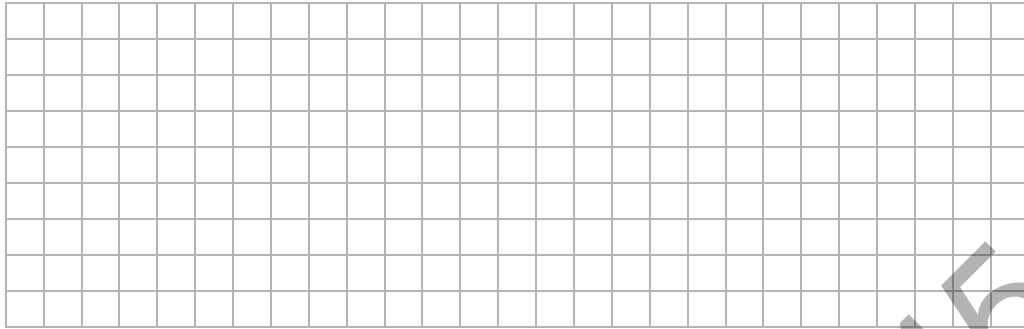
(2p) 1. Calculați media aritmetică a numerelor:

a) $\frac{3}{5}$ și $\frac{7}{5}$; b) $6\sqrt{6}$ și $8\sqrt{6}$.

(2p) 2. Calculați media geometrică a numerelor:

a) 25 și 36; b) $2\sqrt{6}$ și $3\sqrt{6}$.

(1p) 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $x^2 = 75$.

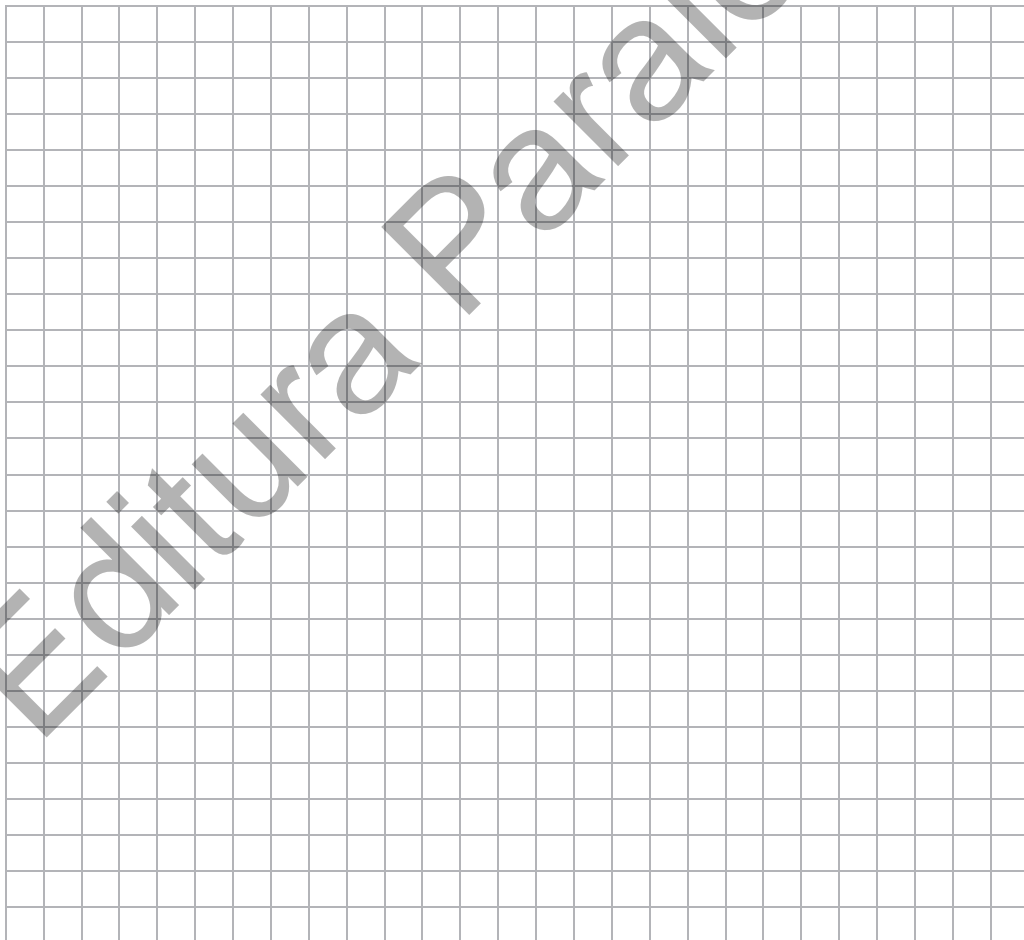


V. Media aritmetică ponderată a numerelor $\frac{50}{\sqrt{5}}$ și $\frac{15}{\sqrt{5}}$ cu ponderile n , respectiv $n + 2$,

$n \in \mathbb{N}$, este egală cu $6\sqrt{5}$.

(8p) a) Determinați numărul natural n .

(8p) b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x^2 = \frac{n+3}{n+2}$.



GEOMETRIE

Capitolul I PATRULATERUL

Lecția 1. Patrulaterul convex



Citesc și rețin

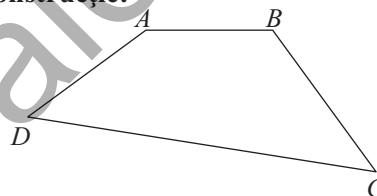
Definiție: Numim **patrulater** de vârfuri A, B, C și D reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup CD \cup DA$, unde punctele distincte A, B, C și D îndeplinesc condițiile:

- oricare trei dintre ele sunt necoliniare;
- $AB \cap CD = \emptyset, BC \cap AD = \emptyset$.

Patrulaterul de vârfuri A, B, C și D se notează $ABCD$.

Definiție: Un **patrulater** se numește **convex** dacă dreapta determinată de oricare două vârfuri alăturate ale acestuia **nu separă** celelalte două vârfuri ale patrulaterului.

Construcție:



Elemente:

- vârfurile patrulaterului: A, B, C, D ;
- laturile patrulaterului: AB, BC, CD, DA ;
- unghiurile patrulaterului: $\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C, \sphericalangle D$;
- diagonalele patrulaterului: AC, BD .

Laturile AB și BC, BC și CD etc. se numesc **alăturate**, iar laturile AB și CD , respectiv BC și DA se numesc **opuse**.

Unghiurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle B, \sphericalangle B$ și $\sphericalangle C$ etc. se numesc **alăturate**, iar unghiurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$, respectiv $\sphericalangle B$ și $\sphericalangle D$ se numesc **opuse**.

Proprietăți:

Teoremă: Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360° .

Definiție: Perimetrul patrulaterului convex $ABCD$ este dat de formula:

$$\mathcal{P}_{ABCD} = AB + BC + CD + DA.$$



Cum se aplică?

1. Fie $ABCD$ un patrulater convex. Dacă $\sphericalangle A = 60^\circ, \sphericalangle B = 73^\circ$ și $\sphericalangle C = 135^\circ$, aflați măsura unghiului D .

Soluție:

$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^\circ$, deci $60^\circ + 73^\circ + 135^\circ + \sphericalangle D = 360^\circ$ sau $268^\circ + \sphericalangle D = 360^\circ$, de unde rezultă că $\sphericalangle D = 360^\circ - 268^\circ$ și obținem $\sphericalangle D = 92^\circ$.

2. Calculați perimetrul patrulaterului convex $DEFG$, cu $DE = 7$ cm, $EF = 5$ cm, $FG = 3$ cm și $GD = 6$ cm.

Soluție:

$$P_{DEFG} = DE + EF + FG + GD = 7 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 21 \text{ cm}.$$

3. Determinați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $MNPQ$ știind că $\sphericalangle M = 5\sphericalangle P$, $\sphericalangle N = 2\sphericalangle P$ și $\sphericalangle Q = 4\sphericalangle P$.

Soluție:

$\sphericalangle M + \sphericalangle N + \sphericalangle P + \sphericalangle Q = 360^\circ$, deci $5\sphericalangle P + 2\sphericalangle P + \sphericalangle P + 4\sphericalangle P = 360^\circ$, deci $12\sphericalangle P = 360^\circ$, de unde rezultă că $\sphericalangle P = 360^\circ : 12$ și obținem $\sphericalangle P = 30^\circ$; $\sphericalangle M = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$; $\sphericalangle N = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$ și $\sphericalangle Q = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$.



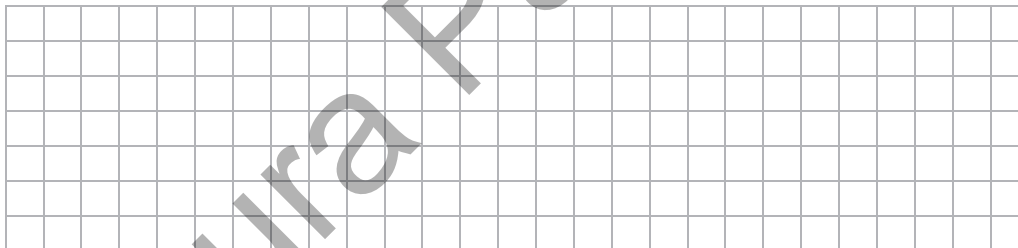
Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Dintre patrulaterelor $ABCD$ și $MNPQ$ reprezentate în figurile următoare, cel convex este patrulaterul

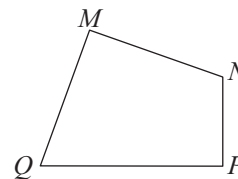


2. Construiește patrulaterul convex $ABCD$ și notează cu O punctul de intersecție al diagonalelor acestuia.



3. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex $MNPQ$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle N$ sunt alăturate;
- b) $\sphericalangle P$ și $\sphericalangle Q$ sunt opuse;
- c) $\sphericalangle N$ și $\sphericalangle Q$ sunt alăturate;
- d) $\sphericalangle M$ și $\sphericalangle P$ sunt opuse.



4. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex $DEFG$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) laturile DE și FG sunt alăturate;
- b) laturile DG și FG sunt opuse;
- c) laturile DE și EF sunt alăturate;
- d) laturile DG și EF sunt opuse.

